

编者按:“会用数学的语言表达现实世界”是新课标提出的学生数学素养目标之一。如何理解“数学的语言”?怎样引导学生用数学语言表达?提高数学语言表达能力有哪些有效措施?本文对此进行了探索,形成了一些行之有效的的方法和策略。

让学生学会用数学的语言表达

○ 王文英

《义务教育数学课程标准(2022年版)》将“会用数学的语言表达现实世界”作为素养目标之一,说明数学语言对于学生数学学习以及素养发展的重要性。

反观当下,由于教师对数学语言的重要性认识不充分,数学课堂重“练”轻“说”的情况还很普遍:学生会做题,却不会有条理地表达思维过程;学生有发现,却无法用恰当的方式描述现象;学生能明白,却很难用简洁的语言解释交流……种种现象,暴露了数学语言能力培养的缺失。关注数学语言,让学生学会用数学语言表达是数学教学亟待思考并落实的问题。

一、数学语言的内涵和意义

语言是人类用来表达和交流的重要工具。数学语言是自然语言的一种特殊的模式,一般分为文字语言、符号语言和图形语言。

文字语言是数学化的自然语言,是对自然语言进行加工、改造之后形成的精确化的表达。如“两组对边分别平行的四边形是平行四边形”“两点之间线段最短”“三角形任意两边之和大于第三边”……像这样的数学概念、数学事实和公理就是文字语言,与一般的文字语言相比,更加简洁、完整和准确。

符号语言是用字母、数字、运算符号、逻辑符号等表达数学的观念,有自身特有的符号系统。数学家M·克莱因曾指出:“数学的另一个重要特征就是它的符号语言。如同音乐利用符号来代表和传播声音一样,数学也用符号表示数量关系和空间形式。”数学中公式、规律的表示,推理过程的记录,几何证明的过程都离不开符号语言。符号语言具有简明扼要、高度概括的特征。

图形语言是通过图形的视觉形态来准确地传递信息,它是一种视觉语言。数学中的统计图、解决问题时画的线段图或示意图等,都是通过图形传递信息,是图形语言。图形语言具有直观、生动的特征。

数学语言与其他语言形式相比,其意义主要表现在以下三个方面:

1. 更便于概括。

众所周知,一个公式可以解决一类问题,一个字母表达式可以表示一类现象,数学语言的高度概括性让数学充满了无限魅力。比如, $(a+b) \times c = ac + bc$ 表达了运算中的重要规律——乘法对加法的分配律。再如,所有正方形周长的计算都可以用 $C=4a$ 表示。高度的概括性说明数学语言具有一般性。

2. 更利于交流。

数学语言不会因教师的教学风格、地域差异而改变,全国各地教材版本不同、语言不同,但数学的表达完全相同,尤其是符号语言,甚至可以跨越国界无障碍地进行交流。如 14:00,不同国籍的人们看到它都明白表示什么,便于交流。说明数学语言具有科学性和严谨性。

3. 更助于理解。

相对于其他语言形式来讲,数学语言的简洁能够帮助学生更好地理解教学内容。如加法结合律,用文字表述为:三个数相加,先把前两个数相加,再加上第三个数,或者先把后两个数相加,再与第一个数相加,它们的和不变。这样表述显然比较繁琐,学生也难以理解。如果用 $(a+b)+c=a+(b+c)$ 表示,学生不仅容易理解,而且能很快地记住。

数学语言不仅可以简洁、准确地描述数量关系和空间形式,构建普适的数学模型,有助于解决问题,还可以解释和预测日常生活中的不确定现象。诺贝尔奖得主、物理学家费格曼也曾说过:“若是没有数学语言,宇宙似乎是不可描述的。”

二、如何指导学生用“数学的语言”表达

1. 强化用数学语言表达的意识。

学习用数学的语言表达,首先需要强化意识。

第一,在生活与数学间搭建桥梁。一是引导学生用学到的知识去描述现实情境。如教学“认识乘法”,学生掌握了“几个几”的表述之后,让他们联系生活举例,“每个人有(2个5)根手指”“小火车里共有(4个6)人”……二是让学生用生活现象去解释数学知识。如教学“减法的性质”,可以结合购物中付钱的情境,去解释为何能“先加后减”——买了练习本、笔、橡皮之后,可以把买这些文具花的钱加起来,然后用付的钱去减。如果教师经常这么做,就能有效增强学生用数学语言表达的意识。

第二,在不同语言形式间相互转换。文字语

言、符号语言和图形语言是可以相互转换的。转换不仅可以促进语言表达能力的提高,还能够帮助学生更好地发现和解决问题。如这道题:已知甲、乙两个数的和是 14.3,当甲数的小数点向左移动一位时正好等于乙数,甲数是(),乙数是()。如果将乙数看作 a ,上述文字转换成

$10a+a=14.3$,问题就容

易解决。再如:计算 $\frac{1}{2}+$

$\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}$,如果转换成

用图表示,就能直接转

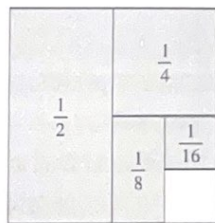
化为 $1-\frac{1}{16}$,使计算变得

简便。这样“互译”可以帮助学生形成用数学语言表达的自觉性。

第三,在比较和抽象中尝试归纳。当学生在日常学习中体会到数学语言的价值时,就能在数学学习中自觉使用。教学中,教师可以引导学生经历用数学语言归纳的过程。如探索“和的奇偶性”,教师首先引导学生对奇数和偶数的特征加以归纳:所有的奇数除以 2 余数为 1,所有的偶数除以 2 余数为 0,因此,两数相加判断奇偶的问题,事实上就是看余数相加的结果;偶数+偶数,除以 2 余数依然为 0,结果是偶数;奇数+奇数,除以 2 余数为 0,结果是偶数;奇数+偶数,除以 2 余数为 1,因此结果为奇数。用这样的办法推广到几个数相加,学生会发现:奇数个奇数相加,除以 2 余数一定是 1,结果是奇数;偶数个奇数相加,除以 2 余数是 0,结果是偶数……最后归纳出:判断和的奇偶性,只需要看加数中奇数的个数。一个看似复杂的问题,只用一句简洁的话就能解决,这无疑能激励学生去学习并运用。

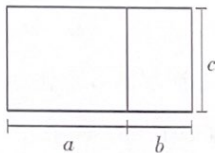
2. 创造用数学语言表达的机会。

首先,教师在课堂上应留出足够的时间,让学生充分地表达。比如,新授学习时,说说自己的解决方案或猜想;经历探究之后,介绍如何探究,



有什么发现;当同伴发言之后,说说自己的意见。当然,学生的表达可能毫无章法,教师需要有耐心,鼓励学生讲完。

其次,教师要善于捕捉学生对数学对象的多元表征,丰富学生的表达方式。如探索“乘法分配律”,师生共同归纳出字母式子 $(a+b)c=ac+bc$ 后,教师追问:“这样的现象是巧合,还是有科学依据?你能用学到的知识去解释这样的现象吗?”有的学生用举例的方式,有的学生联系乘法的意义解释,还有的学生用面积去说明(如图)。



通过比较,学生发现举例不能穷尽,这样的解释经不起推敲,而用乘法意义或是用面积的方式更有说服力。可见,多元表征的呈现,既丰富了学生的认知,也促进了学生对不同数学语言表达方式的认知。

再次,教师可以组织相关的竞赛展示活动,锻炼学生的表达能力。笔者曾工作过的一所学校,每年都会举办“说思路”比赛,教师准备多个实际问题,学生当场抽签,并在讲台前当“小老师”,进行解题思路的讲解。此项活动学生喜欢,同时也极大地锻炼了学生的口头表达能力。另外,学期末可以举行口头表达能力测试,教师结合本册教材内容,将公式推导、算理解释及解题思路讲述作为口试题目,学生抽签接受测试。这样的举措,为学生营造了数学表达的浓厚氛围。

3. 有序为数学语言进阶服务。

学生一般都会经历从“不会说”到“会说”、从说得不规范到规范表述、从说得不严谨到科学表达的过程。为此,教师要做好数学语言进阶的规划。对于低年级的学生,强调用完整的话表达。在描述图意的时候,可以说“我看到(发现)图上有……”;在表达自己的想法时,可以说“我是这

样想的……”;在表达不同意见时,可以说“我不同意××的想法,我的想法是……”。对于中年级的学生,要强调表达时有理有据,可以用“因为……所以……”的句式。而对高年级的学生,则要求表达时有条有理,教师可以提供表达的基本范式,也可以通过表扬的方式或帮助完善学生回答的方式,让学生的语言表达能力实现逐层进阶。

三、提高数学语言表达能力的三项措施

1. 加强数学阅读。

数学语言的学习应该跟语文、英语的学习一样,需要多阅读、多积累。然而当下,数学阅读并未引起足够的重视。一是数学课外读物不够丰富;二是数学阅读难度较大,因为学生没有数学知识的储备,不具备一定的思维能力,面对数学符号、数学定理等,很难真正理解;三是缺乏相应的阅读指导。因此,教师要引导学生对数学课外读物进行长期阅读,有了相应的积累,学生的数学语言表达能力将会大幅提高。

2. 撰写数学论文。

十年前,笔者就开始关注学生数学小论文的撰写,指导学生将生活中观察到的数学现象加以描述并进行分析,将独特的解题思路写下来并加以说明,将探究的过程逐一记录并反思得失,指导学生发表了《我会辩证地看问题》《抓住不变量解决问题》《我和妈妈一起“做数学”》等系列小论文。这一举措极大地激发了学生的兴趣,在写作、修改的过程中,数学语言表达能力也得到了培养。

3. 开展主题式学习。

应用意识是数学语言的主要表现之一,而主题式学习是应用意识得以充分体现的重要方式。在主题式学习中,学生需要有意识地利用数学的概念、原理和方法,去解释、解决现实世界中的问题,亲身体会数学作为通用的科学语言在其他学科中的应用。因此,这将是提高学生数学语言能力的另一重要途径。

(作者单位:江苏省大仓市高新区第二小学)